

学号

姓名

专业

年级

院/系

安徽大学 2021—2022 学年第 2 学期

《高等代数(下)》考试试卷 B 卷

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、填空题(共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

得分

1. 多项式 $f(x) = 4x^4 - 7x^2 - 5x - 1$ 的有理根有_____.2. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 A 初等因子组是_____.3. 设 A 是三阶矩阵, $1, -1, 2$ 是 A 的特征值, 令 $B = A^{-1} - A^2 + A^3$, 则 $|B|$ 为_____.4. 设 3 阶方阵 A 的 3 个行列式因子分别为 $1, \lambda - 1, (\lambda - 1)^2(\lambda + 2)$, 则其特征矩阵 $\lambda I - A$ 的标准形是

_____.

5. 若 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ 为欧氏空间 V 的一组标准正交基, 且 $\alpha = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4$, 则 $|\alpha| =$ _____.6. n 阶实对称矩阵按合同分类, 共有_____类.7. 设 φ 是线性空间 V 到 U 的线性映射, $\varphi(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\eta_1, \eta_2) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 其中 $\xi_1, \xi_2, \xi_3; \eta_1, \eta_2$ 分别为 V 和 U 的一组基, 则 $\text{Ker } \varphi =$ _____, $\text{Im } \varphi =$ _____.8. 欧氏空间 V 的一组基 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ 是标准正交基的充要条件是它的度量矩阵

=_____.

9. 设 λ -矩阵 $J_n(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda-1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & \lambda-1 & 1 & \ddots & \vdots \\ & & \ddots & \ddots & 0 \\ & & & \lambda-1 & 1 \\ & & & & \lambda-1 \end{pmatrix}_{n \times n}$, 则的 $J_n(\lambda)$ 不变因子是_____.

10. 在欧氏空间 $\mathbb{R}^2$ 中, $V_1 = \{(x, 4x) \mid x \in \mathbb{R}\}$, 则 $V_1^\perp =$ _____.

二、计算题 (共 3 小题, 共 30 分)

得分	
----	--

11. (7 分) 设三维线性空间 V 上的线性变换 $\mathcal{A}$ 在基 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 下的矩阵为

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

求 $\mathcal{A}$ 在基 $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_1$ 下的矩阵.

12. (8 分) 设 $f(x) = x^4 - 4x^3 + 1, g(x) = x^3 - 3x^2 + 1$, 求 $(f(x), g(x))$.

13. (15 分) 设一实二次型为 $9x_1^2 + 7x_2^2 + 11x_3^2 - 8x_1x_2 + 8x_1x_3$,

- (1) (3 分) 写出该二次型的矩阵;
- (2) (9 分) 用正交线性替换化该二次型为标准形, 并写出这个正交线性替换;
- (3) (3 分) 该二次型是否正定, 理由是什么?

三、证明题（共 3 小题，每小题 10 分，共 30 分）

得分	
----	--

14. 证明:上三角形的正交矩阵必为对角矩阵,且主对角线上的元素是 1 或-1.

15. 设 n 阶方阵 $A = \begin{pmatrix} I_r & B \\ O & -I_{n-r} \end{pmatrix}$. 证明 A 可对角化.

16. 设方阵 A 与 B 相似, C 与 D 相似, 证明:

$$\begin{pmatrix} A & O \\ O & C \end{pmatrix} \text{ 与 } \begin{pmatrix} B & O \\ O & D \end{pmatrix} \text{ 相似.}$$

内部资料

四、分析题（共 1 小题，共 10 分）

得分	
----	--

17. 对于任意复方阵 A , 是否一定存在复方阵 B , 使得 $B^2 = A$?

内部资料