

《概率论》测试一

一、选择题

1. 设事件A,B互不相容, 则下列选项正确的是 ().
(A) $P(\bar{A}\bar{B})=0$ (B) $P(\bar{A}\bar{B}) = P(A)P(B)$
(C) $P(A) = 1-P(B)$ (D) $P(\bar{A}\cup\bar{B}) = 1$
2. 随机变量X与Y相互独立, 则下列错误的是 ().
(A) $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$ (B) $E(XY)=E(X)E(Y)$
(C) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ (D) $E(X-Y)=E(X)-E(Y)$
3. 随机变量X与Y满足 $E(XY)=E(X)E(Y)$, 则下列错误的是 ().
(A) $\text{cov}(X,Y)=0$ (B) $D(X-Y)=DX+DY$
(C) X与Y不相关 (D) X与Y相互独立
4. 设随机变量X服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则随 σ 的增大, 概率 $P\{|X - \mu| < \sigma\}$ ().
(A) 单调增加 (B) 单调减少
(C) 保持不变 (D) 非单调变化
5. 设 $X \sim N(2, 4)$, $Y \sim N(1, 1)$, 相关系数 $\rho(X, Y) = 0.5$, $Z = X - 2Y$, 则下列正确的是 ().
(A) $EZ = 0, DZ = 4$ (B) $EZ = 0, DZ = 6$
(C) $EZ = 1, DZ = 2$ (D) $EZ = 1, DZ = 4$

二、填空题

6. 已知 $P(A) = p, P(B) = q, P(A \cup B) = r$, 求 $P(\bar{A}\bar{B})$._____.
7. 随机事件 A,B 独立, $P(B) = 0.5, P(A - B) = 0.3$, 求 $P(B - A)$._____.
8. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2) (\sigma > 0)$, 且二次方程 $y^2 + 4y + X = 0$ 无实根的概率为 $\frac{1}{2}$, 求 μ _____.

9. 已知 $E(X) = -2, E(X^2) = 5$, 求 $\text{Var}(1 - 3X)$ _____.

10. 袋中装有 N 只球, 其中白球数 X 为随机变量, 只知其数学期望 $EX = n$, 求从该袋中摸一球得到白球的概率. _____.

三、计算题

11. 设随机变量 ξ 的概率密度 $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2 & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{O.W.} \end{cases}$ 求 $\eta = 3 - \xi$ 的密度函数.

12. 设 ξ 和 η 是相互独立的随机变量, 且都在 $[0, 1]$ 上服从均匀分布, 求随机变量 $\zeta = \max(\xi, \eta)$ 的概率密度函数.

13. 设连续型随机向量 (X, Y) 具有密度 $f(x, y) = \begin{cases} Ce^{-(2x+3y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{O.W.} \end{cases}$,

试求:

(1) 常数 C ;

(2) 分布函数 $F(x, y)$ 的边缘密度;

(3) X, Y 的边缘密度;

(4) X 与 Y 是否相互独立? .

14. 袋中有 5 个球, 分别编号 1, 2, 3, 4, 5, 从中任取 3 个球, 求: 取出的 3 个球中最大号码 X 的分布列, 数学期望, 方差与标准差.

15. 随机变量 X 的密度函数如下: $f(x) = \begin{cases} cx(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{O.W.} \end{cases}$

(1) 求常数 c 的值;

(2) 求 X 与 $\sqrt{X}$ 的相关系数.

四、证明题

16. 对任何具有有限期望和方差的随机变量 X , 都有

$$P\{|X - EX| \geq \varepsilon\} \leq \frac{DX}{\varepsilon^2}$$

其中 ε 是任一正数.