

《概率论》测试二

1. 设 $F_1(x)$, $F_2(x)$ 是随机变量的分布函数, $f_1(x)$, $f_2(x)$ 是相应的概率密度, 则 ()

(A) $F_1(x) + F_2(x)$ 是分布函数

(B) $F_1(x) \cdot F_2(x)$ 是分布函数

(C) $f_1(x) + f_2(x)$ 是概率密度

(D) $f_1(x) \cdot f_2(x)$ 是概率密度

2. 设 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 且 $P\{2 < X < 4\} = 0.3$, 则 $P\{X < 0\} = ()$.

3. 已知随机变量 X 的概率分布为:

$$P\{X=1\} = \theta^2, P\{X=2\} = 2\theta(1-\theta), P\{X=3\} = (1-\theta)^2,$$

且 $P\{X \geq 2\} = \frac{3}{4}$. 求未知参数 θ 及 X 的分布函数 $F(x)$.

4. 离散型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ 0.4, & -1 < x \leq 2, \\ 0.8, & 2 < x \leq 3, \\ 1 & x > 3. \end{cases}$$

求: (1) X 的分布列; (2) $P\{X \leq 3.2\}$; (3) 方程 $x^2 + Xx + 1 = 0$ 有实根的概率。

5. 已知二维随机变量 (X, Y) 在 G 上服从均匀分布, G 由直线 $x - y = 0$, $x + y = 2$ 与 $y = 0$

围成, 求: (1) 边缘概率密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$; (2) 条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$.

6. 设随机变量 X , Y 相互独立, 它们的概率密度分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & \text{其它}, \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} 2y, & 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其它}, \end{cases}$$

求: (1) (X, Y) 的联合概率密度; (2) $Z = X + Y$ 的概率密度。

7. 设 $X \sim N(0, \sigma^2)$ ($\sigma > 0$), $Y = X^3$.

问: (1) 求 $E(Y)$; (2) 判断 X 与 Y 是否相关? 是否独立? 说明理由。

8. 设随机变量 X 与 Y 的概率分布分别为

X	0	1
P	1/3	2/3

Y	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

且 $P\{X^2 = Y^2\} = 1$. 求:

- (1) 随机向量 (X, Y) 的联合概率分布;
- (2) $Z = XY$ 的概率分布;
- (3) X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY} .

9. 已知随机变量 X 在区间 $[0, 1]$ 上服从均匀分布, 在 $X = x(0 < x < 1)$ 的条件下, 随机变量

Y 在区间 $[0, x]$ 服从均匀分布, 求:

- (1) 随机向量 (X, Y) 的联合概率密度;
- (2) Y 的概率密度.