

安徽大学2024—2025学年第一学期

《概率论》期末考试试卷（B 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号_____

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

得分

1. 设任意两个随机事件 A 和 B 满足 $0 < P(A) < 1, P(B|A) = P(B|\bar{A})$ ，则下列结论正确的是（ ）.

A. A, B 互不相容

B. A, B 不互相独立

C. A, B 相互独立

D. $P(A - B) = P(A)$

2. 两个相互独立的随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$ ，则下面正确的是（ ）.

A. $P(X + Y \leq 0) = \frac{1}{2}$

B. $P(X + Y \leq 1) = \frac{1}{2}$

C. $P(X - Y \leq 0) = \frac{1}{2}$

D. $P(X - Y \leq 1) = \frac{1}{2}$

3. 设连续型随机变量 X 分布函数为 $F(x)$ ，则 $Y = aX + b$ ($a < 0$) 的分布函数为（ ）.

A. $F\left(\frac{y-b}{a}\right)$

B. $1 - F\left(\frac{y-b}{a}\right)$

C. $\frac{1}{a}F(y - 1)$

D. $aF(y) + 1$

4. 设 X 与 Y 是两个随机变量，则下面正确的是（ ）.

A. $D(XY) = D(X)D(Y)$

B. $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$

C. $E(XY) = E(X)E(Y)$

D. $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$

5. 设 $X_1, X_2, \dots$ 为相互独立的随机变量序列, 且 $X_i (i = 1, 2, \dots)$ 有共同期望 0, 共同方差 1, 记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数, 则必有 ().

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(n^{-\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n X_i \leq x\right) = \Phi(x)$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(n^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^n X_i \leq x\right) = \Phi(x)$
 C. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(n^{-1} \sum_{i=1}^n X_i \leq x) = \Phi(x)$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(n \sum_{i=1}^n X_i \leq x) = \Phi(x)$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得分	
----	--

6. 设 $P(\overline{A}) = 0.3, P(B) = 0.4, P(A\overline{B}) = 0.5$, 则 $P(B|A \cup \overline{B}) =$ _____.
7. 设随机变量 $X \sim U[0, 5]$, 则方程 $4y^2 + 4yX + X + 2 = 0$ 有实根的概率为 _____.
8. 设 $X \sim P(\lambda), Y \sim B(20, 0.2)$, 若 $2EX = EY$, 则 $P(X \geq 1) =$ _____.
9. 设随机变量 X, Y 的数学期望分别为 $-2, 2$, 方差分别为 $1, 4$, $\rho_{xy} = -0.5$, 则由切比雪夫不等式的 $P(|X + Y| \geq 6) \leq$ _____.
10. 设随机变量 X 服从参数为 $\lambda (\lambda > 0)$ 的指数分布, 则 X 的特征函数 $f_X(t) =$ _____.

三、计算题 (每小题 12 分, 共 60 分)

得分	
----	--

11. 两台车床加工同样的零件, “第一台出现不合格品” 的概率是 0.03, “第二台出现不合格品” 的概率是 0.06, 加工出来的零件放在一起, 并且已知第一台加工的零件比第二台加工的零件多一倍,
- (1) 试求 “任取一个零件是合格品” 的概率;
- (2) 如果取出的零件是不合格品, 求 “它是由第二台车床加工” 的概率.

线

订

装

管 题 勿 超 装 订 线

12. 设随机变量 X 的概率密度函数为: $f_X(x) = \begin{cases} 4x(1-x^2), & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 给定

$X = x$ ($0 < x < 1$)时, Y 的条件概率密度函数为 $f_{Y|X}(y|x) = \begin{cases} \frac{2y}{1-x^2}, & x < y < 1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$; 试求

(1) $f_Y(y)$;

(2) 求概率 $P(Y \geq 0.5)$.

13. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim U(0,1), Y \sim U(0,1)$, 求 $Z = X + Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$.

14. 设随机变量 X 在 1, 2, 3 三个整数中等可能地取值, 另一个随机变量 Y 在 1 到 X 中等可能地取一整数. 试求:

- (1) X 和 Y 的联合分布律;
- (2) $Y = 1$ 的条件下 X 的条件分布律.

15. 设二维随机变量 (X, Y) 在矩形区域 $G = \{(x, y): 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$ 上服从均匀分布, 记

$$U = \begin{cases} 1, & X > Y, \\ 0, & X \leq Y. \end{cases} \quad V = \begin{cases} 1, & X > 2Y, \\ 0, & X \leq 2Y. \end{cases}$$

求 U 与 V 的相关系数。

管 题 勿 超 装 订 线

线

订

装

四、阐述题（10 分）

16. 阐述随机变量序列依概率收敛、 r 阶收敛的定义以及它们之间的关系。