

安徽大学 2018 — 2019 学年第一学期

《概率论》考试试卷 (B 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

院/系 _____ 年级 _____ 专业 _____ 姓名 _____ 学号 _____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

一、选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分	
----	--

- 设 A, B 为两个随机事件, 且 $P(A) + P(B) = 1$, 则下列选项必正确的是().
 (A) $P(A \cup B) = 1$ (B) $P(A \cap B) = 1$
 (C) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(A \cap B)$ (D) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(A \cup B)$
- 设 X, Y 是相互独立的两个随机变量, 且 $X \sim N(0, 1)$, $Y \sim N(1, 1)$, $Y \sim N(1, 1)$, 则下列选项正确的是().
 (A) $P(X + Y \leq 0) = 0.5$ (B) $P(X + Y \leq 1) = 0.5$
 (C) $P(X - Y \leq 0) = 0.5$ (D) $P(X - Y \leq 1) = 0.5$
- 设 X, Y 是相互独立的两个随机变量, 它们的分布函数分别是 $F_X(x)$, $F_Y(y)$, 则随机变量 $Z = \min(X, Y)$ 的分布函数为().
 (A) $F_Z(z) = \max\{F_X(z), F_Y(z)\}$ (B) $F_Z(z) = \min\{F_X(z), F_Y(z)\}$
 (C) $F_Z(z) = F_X(z)F_Y(z)$ (D) $F_Z(z) = 1 - \{1 - F_X(z)\}\{1 - F_Y(z)\}$
- 设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ a + b \arcsin x, & -1 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1, \end{cases}$$
 则 a, b 的值分别为().
 (A) $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{\pi}$ (B) $a = 0, b = 0$
 (C) $a = 0, b = \frac{1}{\pi}$ (D) $a = \frac{1}{2}, b = 0$
- 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $EX = 3$, $DX = 4$, $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数, 则 $P(-1 \leq X \leq 1) = ($).

- (A) $\Phi(-\frac{1}{2}) - \Phi(-1)$ (B) $\Phi(1) - \Phi(-1)$ (C) $\Phi(2) - \Phi(1)$
 (D) $\Phi(-2) - \Phi(-4)$

得分	
----	--

二、填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

6、设随机变量 X 的分布列为

$$P(X = k) = \frac{a}{k(k+1)} \quad (k=1, 2, \dots)$$

其中 a 为常数, 则 $a =$ _____.

7、设事件 A, B, C 满足: $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AB) = 0$, $P(AC) = P(BC) = \frac{1}{16}$, 则 A, B, C 三个事件都不发生的概率为 _____.

8、设随机变量 $\xi \sim U[1, 6]$, 则关于 x 的方程 $x^2 + \xi x + 1 = 0$ 有实根的概率为 _____.

9、设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 r , $U = aX + b$, $V = cY + d$, $ac > 0$, 则 U 和 V 的相关系数为 _____.

10、设随机变量 $X \sim B(n, p)$, 则随机变量 X 的特征函数为 $f_X(t) =$ _____.

三、计算题 (本大题共 5 小题, 共 52 分)

得分	
----	--

11、(本小题10分)、高射炮向敌机发三发炮弹, 每发炮弹击中敌机的概率均为0.3, 且假设各炮弹是否击中敌机是相互独立的. 又知若敌机中零弹, 其坠落的概率为0, 若敌机中一弹, 其坠落的概率为0.2, 若敌机中两弹, 其坠落的概率为0.6, 若中三弹, 则必坠落.

- (1) 求敌机被击落的概率;
- (2) 若敌机被击落, 求它中两弹的概率.

12 (本小题 10 分) 、设 A, B 为两个随机事件, 且 $P(A) = a, P(B) = 0.3, P(\bar{A} \cup B) = 0.7$.

(1) 若事件 A, B 互不相容, 求 a 的值;

(2) 若事件 A, B 独立, 求 a 的值 .

13 (本小题 10 分) 、设随机变量 X 的概率密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} \frac{A}{\sqrt{1-x^2}}, & |x| < 1, \\ 0, & |x| \geq 1, \end{cases}$$

其中 A 为常数 .

(1) 求 A 的值;

(2) 计算 $P(|X| \leq 0.5)$.

14 (本小题 12 分)、设随机变量 X 与 Y 的联合密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其它,} \end{cases}$$

- (1) 求 $Z = \frac{1}{2}(X + Y)$ 的密度函数;
- (2) 求二维随机变量 (X, Y) 的联合分布函数.

15 (本小题 10 分)、设二维随机变量 (X, Y) 在区域 $D = \{(x, y): 0 < x < 1, |y| < x\}$ 内服从均匀分布, 令 $Z = 2X + 4$, 求随机变量 Z 的期望和方差.

四、证明题 (本大题共 2 小题, 共 16 分)

得分	
----	--

16 (本小题 10 分)、(1) 设 $r > 0$, X 为随机变量, $E|X|^r$ 存在有限, 求证:

$$P(|X| \geq \varepsilon) \leq \frac{E|X|^r}{\varepsilon^r}, \quad \forall \varepsilon > 0.$$

(2) 设 $X_n \xrightarrow{r} X$, 求证: $X_n \xrightarrow{P} X$.

17 (本小题 6 分)、设 $f(t)$ 为实值特征函数, 求证: $1 - f(2t) \leq 4(1 - f(t))$
 $1 - f(2t) \leq 4(1 - f(t))$.

得分	
----	--

五、综合分析题 (本大题共 12 分)

- 18、设二维随机变量 (X, Y) 具有联合概率密度函数: $p(x, y) = \begin{cases} 2(x+y), & 0 \leq y \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$
- (1) 求随机变量 X 和 Y 的边缘密度函数, 并判断 X 和 Y 是否独立?
 - (2) 计算 $P(X+Y \leq 1)$.