

安徽大学 2020—2021 学年第一学期

《概率论》考试试卷 (B 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

院/系_____ 年级_____ 专业_____ 姓名_____ 学号_____

考场登记表序号_____

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						

得 分	
-----	--

一、 选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 2 分, 共 10 分)

1. 设 $P(A)=1/2, P(B)=1/2$, 且 $P(A \cup B)=3/4$, 则 ().
 (A) 事件 A 与事件 B 相容 (B) 事件 A 与事件 B 互不相容
 (C) 事件 A 与事件 B 互为对立事件 (D) 事件 A 和事件 B 不相互独立
2. 假设每次实验成功的概率为 p , 其中 $p \in [0,1]$. 现进行独立重复实验, 直到第 8 次实验才取得 3 次成功的概率为 ().
 (A) $C_7^2 p^2 (1-p)^5$ (B) $C_7^3 p^2 (1-p)^5$ (C) $C_7^2 p^3 (1-p)^5$ (D) $C_7^3 p^3 (1-p)^5$
3. 设 $F_1(x)$, $F_2(x)$ 分别为随机变量 X_1 与 X_2 的分布函数, 为使 $F(x) = aF_1(x) - bF_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数, 下列给定各组数值中可取 ().
 (A) $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$ (B) $a = \frac{3}{5}, b = -\frac{2}{5}$
 (C) $a = \frac{2}{3}, b = \frac{2}{3}$ (D) $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{3}{2}$
4. 设随机变量 $X_i \sim N(0,1)$, ($i=1,2$), $Y = X_1 + X_2$, 则 ().
 (A) $Y \sim N(0,2)$ (B) $Y \sim N(0,1)$
 (C) $Y \sim N(0, \sqrt{2})$ (D) Y 不一定服从正态分布
5. 设随机变量序列 $X_1, X_2, \dots$ 相互独立且服从同参数 λ 的指数分布, 则下列命题正确的是 ().

$$(A) \lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n X_i - \lambda}{n\lambda} < x \right\} = \Phi(x) \quad (B) \lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n X_i - \lambda}{\sqrt{n\lambda}} < x \right\} = \Phi(x)$$

$$(C) \lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n}{\sqrt{n}} < x \right\} = \Phi(x) \quad (D) \lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{\lambda \sum_{i=1}^n X_i - n}{\sqrt{n}} < x \right\} = \Phi(x)$$

其中 $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$.

得 分	
-----	--

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

6. 假设 $P(A) = 0.4$, $P(B|A) = 0.5$, $P(A|B) = 0.25$, 则 $P(B) =$ _____

7. 如果数列 $p_k = C \frac{\lambda^k}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots$ 为一概率分布, 其中 $\lambda > 0$. 则

$C =$ _____。

8. 设随机变量 $X \sim N(0,1)$, 则 $Y = X^2 \sim$ _____。

9. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为独立同分布随机变量, 且 $X_1 \sim U(0,1)$. 则

$$E \left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_k}{X_1 + X_2 + \dots + X_n} \right) = \text{_____}.$$

10. 随机变量 X 和 Y 相互独立, 它们的数学期望分别为 -1 和 1 , 方差分别为 2 和 6 , 利用切比雪夫 (Chebyshev) 不等式, 有 $P\{|X+Y| \geq 3\} \leq$ _____。

三、简答题（本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分）

得 分	
-----	--

11. 若 A 、 B 和 C 是三个事件, 则写出下列事件:

- (1) 所有这三个事件都发生;
- (2) 这三个事件恰好发生一个;
- (3) 这三个事件至少有一个发生。

12. 设随机变量 X 服从如下概率分布，则：

(1) X 服从二项分布 $B(n, p)$ ，其中 $p \in [0, 1]$ 。请给出概率分布表达式；

(2) X 服从泊松分布 $P(\lambda)$ ，其中 $\lambda > 0$ 。请给出概率分布表达式；

(3) X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 $-\infty < \mu < +\infty, \sigma^2 > 0$ 。请给出概率密度表达式。

四、计算题（本大题共 4 小题，每小题 12 分，共 48 分）

得 分	
-----	--

13. 假设某工厂有甲乙丙三个车间可独立完成生产某种产品生产，生产产品占产品总量份额分别为 25%、35%、40%，而它们的次品率依次为 2%、3%和 2.5%。现将生产产品放在一起，并任取一件产品。

(1) 求取到的是次品的概率；

(2) 若取到的是次品，求它是甲车间生产的概率。

14. 一个工厂生产产品的合格率为0.995。现随机抽取1000件产品，求下面事件的概率：
(1) 其中至少有2件废品；(2) 其中不超过5件废品。

15. 已知 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Axy, & 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

试求：(1) 确定常数 A ；

(2) 关于 X 的边际密度函数 $f_X(x)$ 和 Y 的边际密度函数 $f_Y(y)$ ；

(3) 判断随机变量 X 与 Y 是否相互独立。

16. . 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律为

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	-1	0	2
0	0.1	0.2	0
1	0.3	0.05	0.1
2	a	0	0.1

其中 a 为常数. 求：(1) 常数 a 的值；(2) X, Y 的边边际分布律；(3) $P(XY = 0)$.

得 分	
-----	--

五、证明题（本大题共 8 分）

17. （1）假设 A 与 B 独立，证明 A 与 $\bar{B}$ 独立；（2）设 $P(A)=1$ ，证明事件 A 与任意事件 B 独立.