

安徽大学2018-2019学年第一学期
《数学分析（下）》考试试卷（B卷）
（闭卷 时间120分钟）

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、填空题（每空3分，共12分）

得分

- 连续映射把紧集映为_____；
- 函数 $z = f(xy, \frac{x}{y})$ 的全微分 $dz =$ _____；
- 曲面 $\begin{cases} x = u + v, \\ y = u^2 + v^2, \\ z = u^3 + v^3 \end{cases}$ 在 $u = 0, v = 1$ 处所对应的切平面方程为_____；
- 方程 $z = f(yz, xz)$ 确定 z 为 x, y 的函数, 且 f 具有一阶连续偏导数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____；

二、计算题（共60分）

得分

- (8分)计算极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy^2 \sin(x^2 + y^2)}{\ln(1 + (x^2 + y^2)^2)}$.

6. (8分) 计算极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0^+ \\ y \rightarrow 0^+}} \frac{\ln(x + e^y)}{x + y}$.

7. (8分) 计算反常重积分 $\int_{\mathbb{R}^4} e^{-(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2)} dx_1 dx_2 dx_3 dx_4$.

8. (8分) 计算二重积分 $\iint_D e^{\frac{x-y}{x+y}} dx dy$, 其中 D 是由 $x + y = 2$, 及 $x = 0$ 和 $y = 0$ 所围成的区域.

9. (10分) 计算第一类曲面积分 $\iint_{\Sigma} (xy + 2y^3z \cos(x^2 + y^4) + zx) dS$, 其中 Σ 是由锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 被柱面 $x^2 + y^2 = 2Rx$ 所截的部分.

10. (10分) 计算曲线积分 $\int_L \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$, 其中 L 是以 $(1, 0)$ 为中心 R 为半径的圆周 ($R > 1$), 逆时针方向.

11. (8分) 计算极限 $\lim_{y \rightarrow +\infty} \int_0^1 \frac{dx}{1 + (1 + \frac{x}{y})^y}$.

三、应用题(共20分)

得分	
----	--

12. (10分) 设 Ω 为抛物面 $z = x^2 + y^2$ 与平面 $z = h$ ($h > 0$)所围成的闭区域, 求 Ω 的体积.

13. (10分) 计算球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 2a^2$ ($a > 0$) 包含在锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 内部分 Σ 的面积.

四、证明题(8分)

得分	
----	--

14. (8分) 设 $I(\alpha) = \int_0^{+\infty} e^{-\alpha x} \frac{\sin x}{x} dx$, 证明:

(1) $I(\alpha)$ 在 $[0, +\infty)$ 上连续;

(2) 当 $\alpha > 0$ 时, $I'(\alpha)$ 存在且 $I'(\alpha) = -\frac{1}{1 + \alpha^2}$.