

安徽大学 2024—2025 学年第 1 学期

《常微分方程》期中考试试卷 (A 卷)

(闭卷 满分 100 分 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

院/系_____ 年级_____ 专业_____ 姓名_____ 学号_____

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					

一、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得分	
----	--

1. 下列微分方程中, () 是二阶齐次线性微分方程

A. $y'' - 2y = 0$

B. $y'' - xy' + 3y^2 = 0$

C. $5y'' - 4x = 0$

D. $y'' - 2y' + 1 = 0$

2. 微分方程 $y' = 3y^{\frac{2}{3}}$ 的一个特解是 ()

A. $y = x^3 + 1$

B. $y = (x + 2)^3$

C. $y = (x + C)^2$

D. $y = C(1 + x)^3$

3. 下列微分方程中, 可分离变量的是 ()

A. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e$

B. $\frac{dy}{dx} = k(x - a)(b - y) (k, a, b \text{ 是常数})$

C. $\frac{dy}{dx} - \sin y = x$

D. $y' + xy = y^2 e^x$

4. 一阶线性微分方程 $y' + p(x)y = q(x)$ 的积分因子是 ()

A. $\mu = e^{\int p(x)dx}$

B. $\mu = e^{\int q(x)dx}$

$$C. \mu = e^{-\int p(x)dx}$$

$$D. \mu = e^{-\int q(x)dx}$$

5. 若函数 $y(x)$ 满足方程 $xy' + y - y^2 \ln x = 0$, 且在 $x=1$ 时 $y=1$, 则在 $x=e$ 时

$$y = (\quad).$$

$$A. \frac{1}{e}$$

$$B. 2$$

$$C. \frac{1}{2}$$

$$D. e$$

得分	
----	--

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 一阶微分方程 $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ 为恰当方程的充要条件是_____.

2. 方程 $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ 有只含 x 的积分因子的充要条件是_____.

3. $y''' + \sin xy' - x = \cos x$ 的通解中含有_____个独立常数.

4. 方程 $xy' = y \ln y$ 的通解是_____.

5. 方程 $(1 + y^2 \sin 2x)dx - y \cos kx dy = 0$ 为恰当方程, 则 $k =$ _____.

得分	
----	--

三、计算题 (每题 10 分, 共 60 分)

1. 求方程: $\frac{dy}{dx} = 2xy$ 的解, 并求满足初始条件 $x=0, y=1$ 的特解.

2. 求齐次方程: $(y+x)dy + (x-y)dx = 0$ 的解.

3. 求分式方程: $\frac{dy}{dx} = \frac{2x-y+1}{x-2y+1}$ 的解.

4. 求线性方程: $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+y^3}$ 的解.

5. 求方程: $ydx - (x+y^3)dy = 0$ 的解.

6. 求隐式方程: $y = y'^2 e^{y'}$ 的解.

四、分析题 (每题 5 分, 共 10 分)

得 分	
-----	--

1. 利用变量变换将伯努利方程: $\frac{dy}{dx} = P(x)y + Q(x)y^n, n \neq 0, 1$ 化为线性微分方程.

2. 证明伯努利方程有积分因子: $\mu = y^{-n} e^{-\int (1-n)P(x)dx}$.