

院/系 _____ 年级 _____ 专业 _____ 姓名 _____ 学号 _____

答题线
订装线
超装线
订装线

安徽大学 2021-2022 学年第二学期期末考试
金融数学《实变函数论》考试试卷

(闭卷 时间 100 分钟)

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、概念题 (每小题 10 分, 共 60 分)

得分

1. 写出可列集 (可数集) 的定义。
2. 写出 $\mathbb{R}^n$ 上 Lebesgue 外测度的定义。

3. 描述可测集的性质。

4. 描述可测函数的性质。

5. 描述勒贝格 (Lebesgue) 控制收敛定理。

6. 计算 Lebesgue 积分

$$\int_{[0,1]} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\cos 2\pi nx)^2}{5^n} dx.$$

年级

二、证明题 (每小题 10 分, 共 40 分)

得分	
----	--

7. 构造可测集合列 $A_n \subseteq [0, 1], n \in \mathbb{N}$, 使得 $\sum_{n=1}^{\infty} m(A_n) = \infty$, 并且

$$m(\bigcap_{k=1}^{\infty} \bigcup_{n=k}^{\infty} A_n) = 0.$$

8. 设 $f(x)$ 是 $[0, 1]$ 的连续函数, 证明 $f(x)$ 是可测函数。

9. 对任意 $t \in \mathbb{R}$ 定义函数

$$F(t) = \int_{[1,+\infty]} \frac{\cos xt}{1+x^2} dx.$$

证明函数 $F(t)$ 可导。

10. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导且导函数有界, 证明函数 $f(x)$ 为绝对连续函数。