

学号 _____ 姓名 _____ 专业 _____ 年级 _____ 院/系 _____

线
订
装
超
勿
题
答
装

安徽大学 2022-2023 学年第二学期期中考试
金融数学《实变函数论》考试试卷

(闭卷 时间 100 分钟)

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、概念题 (每小题 6 分, 共 60 分)

得分	
----	--

1. 写出可列集合 (可数集合) 的定义。
2. 设 E 为 $[0, 1]$ 中有理数的全体。(1) 求 E 在 $\mathbb{R}$ 内的全体聚点所成的集合; (2) 求 E 在 $\mathbb{R}$ 内的全体内点所成的集合。
3. 写出 Lebesgue 外测度的定义。
4. 写出可测集的定义, 并且描述 $\mathbb{R}^n$ 中全体可测集 $\mathcal{L}$ 具有的性质。

5. 写出可测集 E 上可测函数的定义，并且描述 E 上全体可测函数具有的性质。
6. 写出 Egorov (叶果罗夫) 定理。
7. 写出 Lusin (鲁津) 定理。
8. 简要写出 Lebesgue 积分的定义。
9. 写出 Fatou 定理。
10. 写出 Lebesgue 控制收敛定理。

院/系 _____ 年级 _____ 专业 _____ 姓名 _____ 学号 _____

答题勿超装订线
装订线

二、证明题 (每小题 10 分, 共 20 分)

得分	
----	--

11. 设 $\{A_i\}$ 为一系列 $\mathbb{R}^n$ 上的集合, 证明 $m^*(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) \leq \sum_{i=1}^{\infty} m^*(A_i)$.

12. 设函数 $f \in L(\mathbb{R})$, 证明函数 $F(t) = \int_{\mathbb{R}} f(x) \sin xtdt$ 为 $\mathbb{R}$ 上连续函数。

三、判断题, 判断下列陈述是否正确, 并给出理由 (每小题 10 分, 共 20 分)

得分	
----	--

13. 设 $E \subseteq \mathbb{R}$ 是一个可测集且 $m(E) > 0$, 则存在一个区间 I 使得 $m(E \cap I) \geq 0.9|I|$?

14. 对于任意给定的 $\varepsilon > 0$, 存在一个开集 $G \subset \mathbb{R}$ 使得 $m(G) < \varepsilon$ 并且对于任意非空开区间 $I \subset \mathbb{R}$ 有 $m(G \cap I) > 0$.