

# 数学答案

## 2025-2026学年第二学期八年级期中学科素养监测 数学

### 一、选择题（每题3分，共30分）

题号	答案	详细解析
1	B	中心对称图形定义：绕某点旋转 $180^\circ$ 后与原图重合。 - A/C/D旋转后结构均无法重合； - B选项绕中心旋转 $180^\circ$ 后线条完全重合，是中心对称图形。
2	C	$\angle 2$ 的邻补角为 $180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$ 。 根据三角形内角和： $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1 - 55^\circ = 180^\circ - 45^\circ - 55^\circ = 80^\circ$ 。
3	D	不等式基本性质： - A： $x - 2 > y + 2$ 不恒成立（如 $x = 3, y = 2$ 时 $1 < 4$ ）； - B：乘负数不等号反向，应为 $-2x < -2y$ ； - C： $x^2 > y^2$ 不恒成立（如 $x = 1, y = -2$ 时 $1 < 4$ ）； - D：乘正数2不等号不变， $2x > 2y$ 正确。
4	A	直角三角形判定： - A： $\angle C = 180^\circ \times \frac{5}{12} = 75^\circ$ ，不是直角； - B： $5^2 + 12^2 = 13^2$ ，勾股定理成立； - C：三边比 $3:4:5$ 满足勾股定理； - D： $\angle A + \angle B = \angle C$ 得 $\angle C = 90^\circ$ 。
5	D	先由三边关系确定 $a$ 的范围： - 三角形(5,a,14)： $9 < a < 19$ ； - 三角形(7,8,a)： $1 < a < 15$ ； 综上 $9 < a < 15$ 。 若为等腰三角形： - $a = 5/7/8$ 均不满足 $9 < a < 15$ ； - 仅 $a = 14$ 符合，此时第一个三角形为等腰三角形，第二个为7,8,14（非等腰），符合题意。
6	B	平移性质：对应线段平行且相等，对应角相等，对应点连线平行且相等。 - A： $AB \parallel DE$ （对应线段）正确； - B： $\angle ACB$ 的对应角是 $\angle DFE$ ，不是 $\angle EDF$ ，不一定相等； - C： $AD \parallel BE$ （对应点连线）正确； - D： $BC = EF$ 得 $CF = BE$ 正确。
7	A	解不等式 $5x - 1 > 2x + 5$ ： $3x > 6 \implies x > 2$ 数轴表示：空心圈在2，向右延伸。
8	D	旋转性质： $AC = AD$ ， $\triangle ACD$ 为等腰三角形。 $\because CD \parallel AB$ ， $\therefore \angle ACD = \angle CAB = 52^\circ$ （内错角相等）。 $\therefore \angle CAD = 180^\circ - 2 \times 52^\circ = 76^\circ$ ，即旋转角 $\alpha = 76^\circ$ 。

题号	答案	详细解析
9	B	<p>设买可乐<math>x</math>瓶，矿泉水<math>(30 - x)</math>瓶：</p> $5x + 2(30 - x) \leq 100 \implies 3x \leq 40 \implies x \leq 13.33$ <p><math>x</math>为整数，最大取13。</p>
10	C	<p>逐一分析：</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A： <math>CD</math>平分外角<math>\angle ACF</math>， <math>AB \parallel CD</math>得<math>\angle A = 2\angle D</math>， 正确；</li> <li>– B： <math>BD</math>平分<math>\angle ABC</math>， <math>AB \parallel CD</math>得<math>\angle DBC = \angle D</math>， 故<math>BC = CD</math>， 正确；</li> <li>– C： 由推导得<math>\angle A = \angle ABC</math>， 故<math>AC = BC</math>， <b>不是</b><math>AB = AC</math>， 错误；</li> <li>– D： <math>CE</math>平分<math>\angle ACB</math>， 在<math>\triangle BEC</math>中<math>\angle BEC = 90^\circ + \angle ABD</math>， 正确。</li> </ul>

## 二、填空题（每题3分，共15分）

11. 答案：  $x \leq 5$  解析： 限制车高标志表示车高不得超过5米。
12. 答案：  $(6, -3)$  解析： 点向右平移横坐标加4， 向下平移纵坐标减2：  $2 + 4 = 6$ ，  
 $-1 - 2 = -3$ 。
13. 答案： 1 解析： 等腰 $\triangle ABC$ 中，  $\angle B = \angle C = 15^\circ$ ， 顶角 $\angle BAC = 150^\circ$ 。腰 $AC$ 上的高 $BD$ 在三角形外部， 在 $Rt\triangle ABD$ 中，  $\angle BAD = 30^\circ$ ，  $AB = 2$ ， 故 $BD = \frac{1}{2}AB = 1$ 。
14. 答案：  $x < 2.5$ （或 $x < \frac{5}{2}$ ） 解析： 一次函数 $y = kx + b$ 与 $x$ 轴交于 $(2.5, 0)$ ， 且 $y$ 随 $x$ 增大而减小， 故当 $x < 2.5$ 时，  $y > 0$ 。
15. 答案：  $72^\circ$  解析：
- $\triangle ABC$ 中，  $AB = AC$ ，  $\angle BAC = 54^\circ$ ， 故 $\angle ABC = \angle ACB = 63^\circ$ 。
  - $AO$ 平分 $\angle BAC$ ，  $OD$ 垂直平分 $AB$ ， 得 $OA = OB = OC$ ，  
 $\angle OBC = \angle OCB = 63^\circ - 27^\circ = 36^\circ$ 。
  - 折叠后 $CE = OE$ ， 故 $\angle EOC = \angle ECO = 36^\circ$ ，  $\angle OEC = 180^\circ - 2 \times 36^\circ = 108^\circ$ 。
  - 因此 $\angle BEO = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ 。

## 三、解答题（共75分）

### 16. （7分）解不等式组

$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} < \frac{x+2}{2} & (1) \\ 2(x-1) \leq 4 & (2) \end{cases}$$

解不等式(1)：

1. 去分母，两边同时乘以6：

$$2(x+1) < 3(x+2)$$

理论依据： **不等式的基本性质2**——不等式两边同时乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变。

2. 去括号：

$$2x + 2 < 3x + 6$$

3. 移项:

$$2x - 3x < 6 - 2$$

4. 合并同类项:

$$-x < 4$$

5. 系数化为1:

$$x > -4$$

解不等式(2):

$$2(x - 1) \leq 4$$

$$2x - 2 \leq 4$$

$$2x \leq 6$$

$$x \leq 3$$

不等式组的解集:  $-4 < x \leq 3$

## 17. (7分) 证明题

(1) 求证:  $OC$  是  $\angle AOB$  的平分线 证明:  $\because PE \perp OA, PF \perp OB, \therefore \angle PEO = \angle PFO = 90^\circ$ 。  
在  $Rt\triangle PEO$  和  $Rt\triangle PFO$  中:

$$\begin{cases} OE = OF \\ OP = OP \end{cases} \quad (\text{公共边})$$

$\therefore Rt\triangle PEO \cong Rt\triangle PFO$  (HL)。 $\therefore \angle POE = \angle POF$ , 即  $OC$  平分  $\angle AOB$ 。

(2) 求证:  $EF \perp OC$  证明: 设  $OC$  与  $EF$  交于点  $G$ 。在  $\triangle OEG$  和  $\triangle OFG$  中:

$$\begin{cases} OE = OF \\ \angle EOG = \angle FOG \\ OG = OG \end{cases}$$

$\therefore \triangle OEG \cong \triangle OFG$  (SAS)。 $\therefore \angle OGE = \angle OGF$ 。又  $\because \angle OGE + \angle OGF = 180^\circ$ ,  
 $\therefore \angle OGE = \angle OGF = 90^\circ$ , 即  $EF \perp OC$ 。

## 18. (7分) 画图题 (方格纸坐标: 设每个小方格边长为1)

已知:  $A(3, 6), B(1, 5), C(4, 4), B'(2, 1)$

(1) 平移  $\triangle ABC$  得到  $\triangle A'B'C'$

- 平移向量: 由  $B(1, 5) \rightarrow B'(2, 1)$ , 得向右平移1个单位, 向下平移4个单位。
- 对应点坐标:  $A'(4, 2), C'(5, 0)$ 。
- 顺次连接  $A', B', C'$ , 即为所求。

(2) 将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A''B''C$

- 旋转坐标变换：点 $(x, y)$ 绕 $(4, 4)$ 顺时针旋转 $90^\circ$ 后坐标为 $(4 + (y - 4), 4 - (x - 4)) = (y, 8 - x)$ 。
- 对应点坐标： $A''(6, 5)$ ， $B''(5, 7)$ 。
- 顺次连接 $A''$ 、 $B''$ 、 $C$ ，即为所求。

## 19. (9分) 三角形面积计算

(1) 尺规作高 $AD$  步骤：

1. 以点 $A$ 为圆心，适当长度为半径画弧，交 $BC$ 于两点 $M$ 、 $N$ 。
2. 分别以 $M$ 、 $N$ 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长度为半径画弧，两弧交于点 $P$ 。
3. 连接 $AP$ ，交 $BC$ 于点 $D$ ，则 $AD \perp BC$ ， $AD$ 即为所求的高。

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积 设 $BD = x$ ，则 $DC = 14 - x$ 。在 $Rt\triangle ABD$ 和 $Rt\triangle ACD$ 中，由勾股定理：

$$\begin{aligned} AD^2 &= AB^2 - BD^2 = 15^2 - x^2 \\ AD^2 &= AC^2 - DC^2 = 13^2 - (14 - x)^2 \end{aligned}$$

联立得：

$$\begin{aligned} 225 - x^2 &= 169 - (196 - 28x + x^2) \\ 225 &= -27 + 28x \\ x &= 9 \end{aligned}$$

$\therefore AD = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ 。  $\triangle ABC$ 的面积为：

$$S = \frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84$$

## 20. (9分) 新能源积分问题

(1) 求2月份购进A、B车型的数量 设购进A车型 $x$ 辆，B车型 $y$ 辆。根据题意列方程组：

$$\begin{cases} 25x + 12y = 550 \\ 3x + y = 55 \end{cases}$$

由第二个方程得 $y = 55 - 3x$ ，代入第一个方程：

$$\begin{aligned} 25x + 12(55 - 3x) &= 550 \\ -11x &= -110 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

则 $y = 55 - 3 \times 10 = 25$ 。 答：购进A车型10辆，B车型25辆。

(2) 求5月份最大收益及进货方案 设购进A车型 $m$ 辆，则B车型 $(50 - m)$ 辆。新能源积分不高于99分：

$$3m + (50 - m) \leq 99$$

$$2m \leq 49$$

$$m \leq 24.5$$

$\because m$ 为整数,  $\therefore m$ 最大为24。新能源积分收益为 $0.1 \times (3m + 50 - m) = 0.1 \times (2m + 50)$ ,  $m$ 越大收益越高。当 $m = 24$ 时, 积分 $= 2 \times 24 + 50 = 98$ 分, 收益 $= 98 \times 0.1 = 9.8$ 万元。此时购进B车型 $50 - 24 = 26$ 辆。答: 购进A车型24辆、B车型26辆时收益最大, 最大收益为**9.8**万元。

## 21. (9分) 最短路径问题

(1) ① **储物点B的位置** 连接 $AC$ , 与直线 $l$ 的交点即为所求的点 $B$ 。理论依据: **两点之间, 线段最短**。

② **储物点D的位置** 将点 $A$ 向右平移 $BD$ 的固定长度得到点 $A'$ , 连接 $A'C$ , 与直线 $l$ 的交点即为点 $D$ , 在 $D$ 左侧截取 $BD$ 等于固定长度, 得到点 $B$ 。原理:  
 $AB + BD + DC = A'D + DC + BD = A'C + BD$ , 此时总路程最短。

(2) **求最短路程** 将点 $A$ 向右平移100米得到点 $A'$ , 作点 $C$ 关于直线 $l$ 的对称点 $C'$ , 连接 $A'C'$ , 与直线 $l$ 的交点即为 $D$ 。

- 设直线 $l$ 为 $x$ 轴,  $A(0, 500)$ , 则 $A'(100, 500)$ ;  $C(700, 300)$ , 则 $C'(700, -300)$ 。
- $A'$ 与 $C'$ 的水平距离:  $700 - 100 = 600$ 米, 垂直距离:  $500 - (-300) = 800$ 米。
- 由勾股定理得 $A'C' = \sqrt{600^2 + 800^2} = 1000$ 米。
- 最短路程:  $1000 + 100 = 1100$ 米。

答: 工作人员所走的最短路程为1100米。

## 22. (13分) 一次函数综合题

(1) **补充条件求关系式** 示例: 补充条件“函数经过点 $(0, 1)$ ”。将 $(1, 3)$ 和 $(0, 1)$ 代入 $y = kx + b$ :

$$\begin{cases} k + b = 3 \\ b = 1 \end{cases}$$

解得 $k = 2$ ,  $b = 1$ , 所以关系式为 **$y = 2x + 1$** 。

(2) **求满足条件的 $k$ 值**  $\because$ 函数经过 $(1, 3)$ ,  $\therefore k + b = 3$ , 即 $b = 3 - k$ , 函数关系式为 $y = kx + 3 - k$ 。联立 $y = kx + 3 - k$ 与 $y = x + 8$ :

$$kx + 3 - k = x + 8$$

$$(k - 1)x = k + 5$$

$$x = 1 + \frac{6}{k - 1}$$

$\because$ 交点为整点,  $\therefore \frac{6}{k-1}$ 为整数, 即 $k - 1$ 是6的约数。又 $\because k > 0$ ,  $\therefore k - 1$ 的正约数为1, 2, 3, 6, 对应 $k = 2, 3, 4, 7$ 。答: 满足条件的 $k$ 值为**2, 3, 4, 7**。

(3) 求 $k$ 的取值范围 当 $x > -2$ 时,  $kx + 3 - k > -2x - 4$ 恒成立, 整理得:

$$(k+2)x > k-7$$

$\because k > 0, \therefore k+2 > 0$ , 不等式两边除以 $k+2$ 得:

$$x > \frac{k-7}{k+2}$$

要使 $x > -2$ 时不等式恒成立, 需:

$$\begin{aligned} -2 &\geq \frac{k-7}{k+2} \\ -2(k+2) &\geq k-7 \\ -3k &\geq -3 \\ k &\leq 1 \end{aligned}$$

结合 $k > 0$ , 得 $0 < k \leq 1$ 。

## 23. (14分) 几何综合探究

$\because \triangle ABC$ 中,  $\angle BAC = 60^\circ$ ,  $AB = AC$ ,  $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形。

(1) 求证:  $BD = CE$  证明: 由旋转得 $AD = AE$ ,  $\angle DAE = 60^\circ$ 。  $\because \angle BAC = \angle DAE = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle BAD = \angle CAE$ 。 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中:

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$  (SAS), 故 $BD = CE$ 。

(2) 猜想并证明 $AF$ 、 $BF$ 、 $CF$ 的关系 猜想:  $BF = AF + CF$ 。 证明: 在 $BF$ 上截取 $BG = CF$ , 连接 $AG$ 。 由(1)知 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ , 故 $\angle ABD = \angle ACE$ 。 在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle ACF$ 中:

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle ABG = \angle ACF \\ BG = CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABG \cong \triangle ACF$  (SAS), 故 $AG = AF$ ,  $\angle BAG = \angle CAF$ 。  $\therefore \angle GAF = \angle BAC = 60^\circ$ ,  $\triangle AGF$ 是等边三角形,  $GF = AF$ 。  $\therefore BF = BG + GF = CF + AF$ 。

(3) 求 $S_1 - S_2$ 的值 将 $\triangle ABD$ 绕点 $A$ 逆时针旋转 $60^\circ$ 得到 $\triangle ACF$ , 连接 $DF$ 。 则 $AD = AF$ ,  $\angle DAF = 60^\circ$ ,  $\therefore \triangle ADF$ 是等边三角形,  $\angle AFD = 60^\circ$ 。  $\because CF = BD = 6$ ,  $\angle AFC = \angle ADB = 60^\circ$ ,  $\therefore \angle AFC = \angle AFD$ , 点 $C$ 、 $D$ 、 $F$ 共线。  
 $\therefore DF = CF - CD = 6 - 2 = 4$ 。

$S_1 - S_2 = S_{\triangle ABE} - S_{\triangle CDE} = (S_{\triangle ABE} + S_{\triangle ADE}) - (S_{\triangle CDE} + S_{\triangle ADE}) = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle ADC}$ 。 由旋转知 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACF}$ , 故 $S_1 - S_2 = S_{\triangle ACF} - S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ADF}$ 。 等边 $\triangle ADF$ 的面积为:

$$S_{\triangle ADF} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}$$

答：  $S_1 - S_2$  的值为  $4\sqrt{3}$ 。