
CHAPTER 1

2017-2018 学年微积分（一）（下）期末考试

1 单项选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1. 函数 $f(x, y) = |x| \cos y$ 在原点 $(0, 0)$ 处 ().

A. $f'_x(0, 0)$ 存在, $f'_y(0, 0)$ 存在

B. $f'_x(0, 0)$ 不存在, $f'_y(0, 0)$ 不存在

C. $f'_x(0, 0)$ 存在, $f'_y(0, 0)$ 不存在

D. $f'_x(0, 0)$ 不存在, $f'_y(0, 0)$ 存在

2. 设 $\Omega: x^2 + y^2 \leq z \leq 1$, 将 $I = \iiint_{\Omega} f(x^2 + y^2 + z^2) dv$ 化为球坐标系下的逐次积分, 下列结果正确的是 ().

3. 设 $\Omega: 0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2$, Ω_1 为 Ω 在第一卦限的部分区域, 则下面式子正确的是 ().

4. 设平面区域 D 由 $x^2 + y^2 \leq 1$ 表示, 区域 D_1 是 D 在第一象限的部分, 则

$$\iint_D (xy + \cos x \sin y) d\sigma = ().$$

5. 设区域 Ω 由 $z = x^2 + y^2$ 与 $z = 1$ 围成, $I = \iiint_{\Omega} f(z) dv$, 则以下表达式错误的是 ().

6. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛, 则以下说法中正确的是 ().

2 填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

7. 微分方程 $y'' + 2y' + y = x + 2$ 的通解为_____.

8. 设 $z = f(x^2 + y^2, xy)$, 其中 f 有连续偏导数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

9. 设 $f(x, y, z) = x^3 + y^5 + z^4$, 则 $\operatorname{div} \operatorname{grad} f =$ _____.

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n3^n} =$ _____.

3 基本计算题 (每小题 7 分, 共 42 分)

11. 求点 $A(1, 2, 3)$ 到直线 $L: \frac{x-6}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-2}$ 的距离.

12. 设方程组

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 + \ln z + z^3 = 1, \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

在包含点 $(0, 0, 1)$ 的一个邻域上确定隐函数 $y = y(x), z = z(x)$, 求

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}, \quad \left. \frac{dz}{dx} \right|_{x=0}.$$

13. 求函数 $f(x, y) = 4x + 2xy - x^2 - 3y^2$ 的极值.

14. 设

$$I = \iiint_{\Omega} (x + y + z) \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mathrm{d}z,$$

其中 Ω 是三坐标面与平面 $x + y + z = 1$ 所围成的四面体.

15. 求曲线积分

$$I = \int_L (2xy - y^2 \cos x) \mathrm{d}x + (x^2 - 2y \sin x) \mathrm{d}y,$$

其中曲线 L 沿抛物线 $y = \pi x - x^2 + 1$ 从 $A(0, 1)$ 到 $B(\pi, 1)$.

16. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + (-3)^n}{(2n-1)!!}$ 的敛散性，若收敛指出是绝对收敛还是条件收敛，并说明理由.

4 应用题 (每小题 7 分, 共 14 分)

17. 求曲面 $z = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 2$ 的面积.

18. 计算曲面积分

$$I = \iint_S 3xzdydz + yzdzdx - z^2dxdy,$$

其中 S 是曲面 $z = x^2 + y^2$ 与 $z = 2 - x^2 - y^2$ 所围立体的表面外侧.

5 综合题 (每小题 5 分, 共 10 分)

19. 设 L 是圆周曲线 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ (取正向), $f(x)$ 为正值连续函数。证明:

$$\oint_L xf(y)dy - f(x)dx \geq 2\pi.$$

20. 证明：当 $-\pi < x < \pi$ 时，

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \sin nx}{n} = \frac{x}{2}.$$

CHAPTER 2

2017-2018 学年微积分（一）（下）期末考试参考答案

1 说明

本次仅录入了试题原卷；当前工作区未提供对应的《2017-2 期末试题解答》PDF，因此参考答案暂缺，后续可在此文件中直接补入。