

诚信考试，诚信做人。

华南农业大学期末考试试卷（A 卷）

2022-2023 学年第 1 学期

考试科目：复变函数与积分变换

考试类型：（闭卷）考试

考试时间：120 分钟

学号_____姓名_____年级专业_____是否重修_____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
评阅人						

得分

一、选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）每小题列出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 下列复数中，为纯虚数的是 ()

A. $\ln(2i)$; B. $e^{2\pi i}$; C. $(1-i)^4$; D. $\sin i$.

2. 下列级数中，条件收敛的级数为 ()

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-i)^n}{n!}$; B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} (1+i)^n$; C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{\ln n}$; D. $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1-5i}{2})^n$.

3. 下列不等式所表示的区域中，是多连通有界区域的是 ()

A. $0 < \operatorname{Im} z < 1$; B. $|z| < 1$, 且 $\operatorname{Re} z > \frac{1}{2}$; C. $1 < |z-i| < |1-3i|$; D. $|\arg z| < \frac{\pi}{4}$.

4. 下列幂级数中，在整个复平面上收敛的是 ()

A. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} (z-i)^n$; B. $\sum_{n=0}^{\infty} n^n z^n$; C. $\sum_{n=0}^{\infty} (1+\frac{1}{n})^{n^2} (z+1)^n$; D. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} z^n$.

5. 设函数 $f(z) = \oint_C \frac{\sin \zeta}{(\zeta-z)^2} d\zeta$, 其中 $C: |z|=3$, 则 $f'(\frac{\pi}{2}) =$ ()

A. $2\pi i$; B. $-2\pi i$; C. 0; D. 1.

得分

二、判断题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）.

6. 因为 $\operatorname{Ln}(z_1 z_2) = \operatorname{Ln} z_1 + \operatorname{Ln} z_2$, 所以 $\operatorname{Ln} z^2 = 2 \operatorname{Ln} z$. ()

7. 设 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 在区域 D 内解析, 则 $u(x, y)$ 是 $v(x, y)$ 的共轭调和函数.

()

8. 区域 D 内的解析函数沿闭曲线的积分, 不因曲线在区域内作连续变化而改变它的值。 ()
9. 若幂级数 $\sum c_n(z-1)^n$ 在点 $z=1+2i$ 收敛, 则在点 $z=2i$ 一定收敛. ()
10. 设 $p(z)$ 是多项式函数, 则 $\overline{p(z)} = p(\bar{z})$. ()

得分	
----	--

三、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分).

11. 设 $z = \frac{(3+4i)(2-5i)}{2i}$, 则 $\arg z =$ _____.
12. 将函数 $f(z) = \frac{1}{1-z}$ 展开为 $z+1$ 的幂级数 _____.
13. 积分 $\int_0^i (z-1)e^{-z} dz =$ _____.
14. 复数 $(-1)^i =$ _____.
15. 设函数 $f(z) = \frac{1}{4-3z}$ 在 $z=1+i$ 处可展开成幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(z-1-i)^n$, 则该幂级数的收敛半径 $R =$ _____.

得分	
----	--

四、计算题 (本大题共 5 小题, 每题 7 分, 共 35 分)

16. 解方程 $z^4 + iz^2 + 6 = 0$.

17. 判断函数 $f(z) = \bar{z}z^2$ 在何处可导，何处解析？并求出可导点的导数.

18. 计算积分 $\int_C (x - y + ix^2) dz$ ，其中 C 是从 0 到 $1+i$ 的直线段.

19. 将函数 $\sin(z-1)$ 展开为 z 的幂级数，并指出其收敛域.

20. 计算积分 $\oint_C \frac{1}{z^3(z+1)(z-2)} dz$ ，其中 C 为正向圆周： $|z| = \frac{3}{2}$.

CM
→

得分	
----	--

五、综合题（共 2 小题，每题 10 分，共 20 分）

21. 试证 $u(x, y) = e^x \cos y + x + y$ 为调和函数，并求一解析函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ ，使得 $f(0) = 1$.

22. 将 $f(z) = \frac{z^2 - 2z + 5}{(z - 2)(z^2 + 1)}$ 在 $z = 0$ 的去心邻域内展开成洛朗级数.