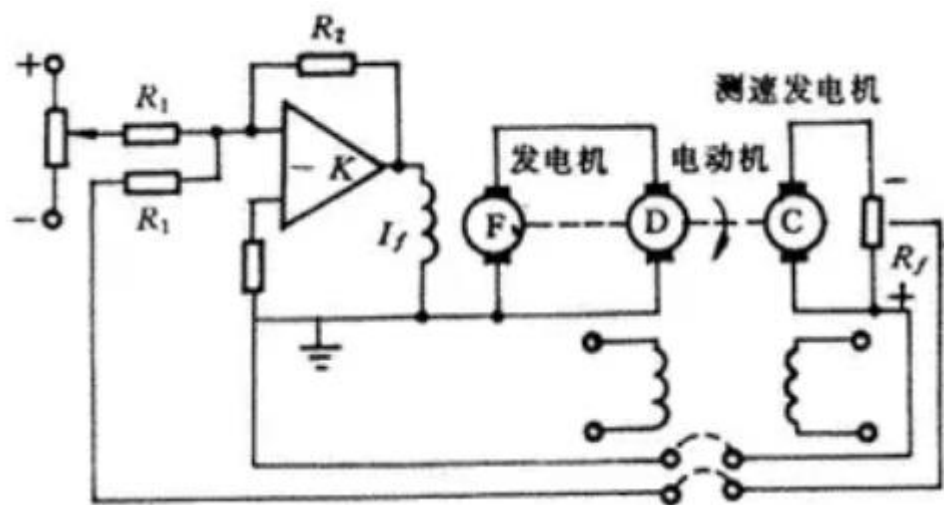


1、如图所示直流电动机速度自动控制系统：

- 1) 试分析指出系统的被控对象和被控量、输入量、反馈量及反馈测量装置。
- 2) 画出系统的职能方块图。



解 1) 被控对象：电动机

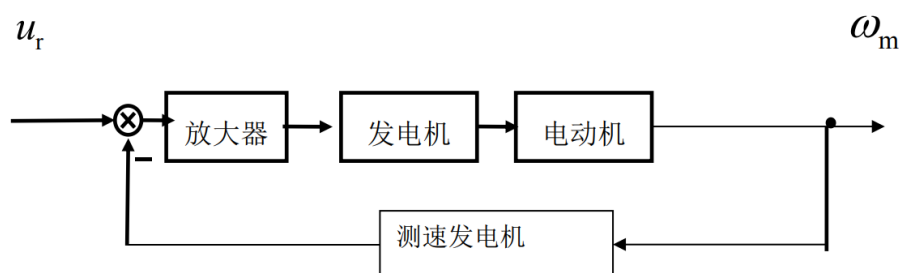
被控量：电动机速度

输入量：与要求电机速度对应的电压，电位器取出的电压信号

反馈量：实际电机速度对应的电压，测速发电机输出电压信号

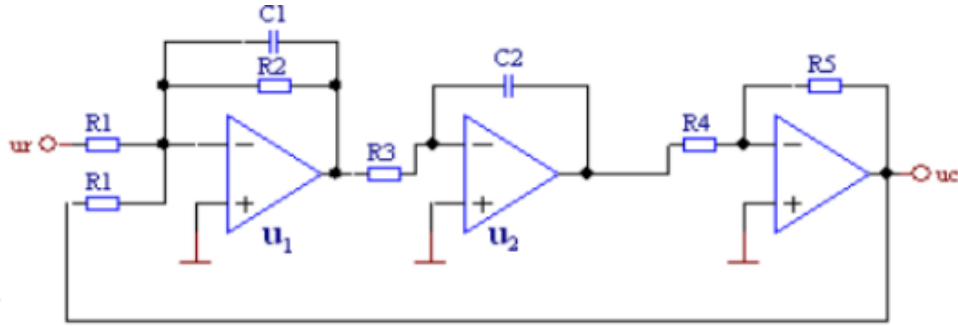
反馈测量装置：测速发电机

## 2) 系统的职能方块图



2、图中是一个模拟控制器的电路示意图。1) 写出基本微分方程；2) 建立该控制器的结构图；3) 求闭环传递函数  $U_c(s)/U_r(s)$ ；4) 当  $R_1=R_2=R_3=R_4=100\text{K}\Omega$ ； $R_5=1\text{M}\Omega$ ； $C_1=C_2=10\mu\text{f}$ ；

输入  $u_r=1(t)$ ，求  $U_c(t)$  的稳态输出。



解：

$$-\frac{u_1(t)}{R_2} + \frac{cd(-u_1(t))}{dt} = \frac{u_r(t)}{R_1} + \frac{u_c(t)}{R_1}$$

$$-\frac{cd u_2(t)}{dt} = \frac{u_1(t)}{R_3}$$

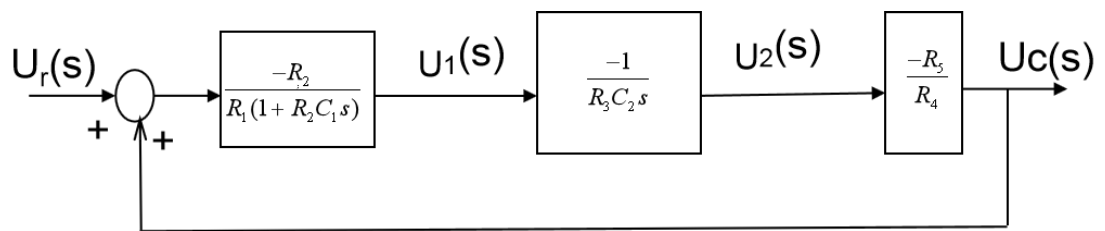
$$-\frac{u_c(t)}{R_5} = \frac{u_2(t)}{R_4}$$

(2) 将上式两边拉氏变换并画出系统结构图如图 2-6 所示。

$$U_1(s) = \frac{-R_2}{R_1(1 + R_2 C_1 s)} [U_r(s) + U_c(s)]$$

$$U_2(s) = \frac{-1}{R_3 C_2 s} U_1(s)$$

$$U_c(s) = \frac{-R_5}{R_4} U_2(s)$$



(3) 求闭环传递函数  $U_c(s)/U_r(s)$

$$\begin{aligned}\frac{U_c(s)}{U_r(s)} &= \frac{\frac{-R_2}{R_1(1+R_2C_1s)} * \frac{1}{R_3C_2s} \frac{R_5}{R_4}}{1 + \frac{R_2R_5}{R_1R_3R_4C_2s(1+R_2C_1s)}} = \frac{-R_2R_5}{R_1R_2R_3R_4C_1C_2s^2 + R_1R_3R_4C_2s + R_2R_5} \\ &= \frac{-1}{\frac{R_1R_3R_4}{R_5}C_1C_2s^2 + \frac{R_1R_3R_4C_2s}{R_2R_5} + 1}\end{aligned}$$

(4) 当  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 100K\Omega$ ;  $R_5 = 1M\Omega$ ;  $C_1 = C_2 = 10\mu f$

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{-1}{\frac{1}{10}s^2 + \frac{1}{10}s + 1} U_r(s) = \frac{1}{s}$$

$$U_c(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{-1}{\frac{1}{10}s^2 + \frac{1}{10}s + 1} \frac{1}{s} = -1(V)$$

3、某控制系统如图所示。其中控制器采用增益为  $K_p$  的比例控制器，即

$$G_c(s) = K_p$$

试确定使系统稳定的  $K_p$  值范围。

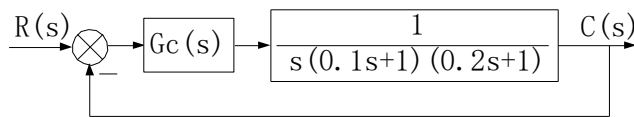


图3-5

**解：**系统的闭环传递函数为

$$G_B(s) =$$

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{G_c(s)}{s(0.1s+1)(0.2s+1) + G_c(s)} = \frac{K_p}{0.02s^3 + 0.3s^2 + s + K_p} = \frac{100K_p}{2s^3 + 30s^2 + 10s + 100K_p}$$

系统的闭环特征方程为

$$D(s) = 2s^3 + 30s^2 + 10s + 100K_p$$

列劳斯列阵

$$\begin{array}{ccc} s^3 & 2 & 100 \\ s^2 & 30 & 100K_p \\ s & \frac{30 \times 100 - 2 \times 100K_p}{30} & \\ s^0 & 100K_p & \end{array}$$

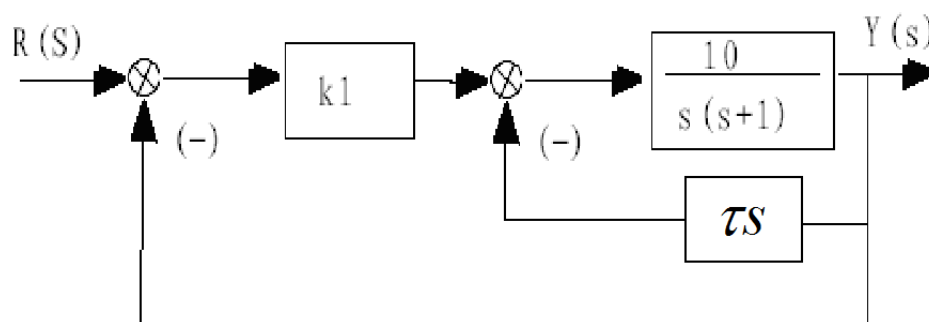
若要使系统稳定，其充要条件是劳斯列表的第一列均为正数，得稳定条件为

$$100K_p > 0$$

$$\frac{30 \times 100 - 2 \times 100K_p}{30} > 0$$

求得  $K_p$  取值范围:  $0 < K_p < 15$

4、 设控制系统的结构图如图所示, 其输入信号为单位斜坡函数 (即  $r(t)=t$ ) .要求: (1)当  $\tau=0$  和  $K_1=1$  时, 计算系统的暂态性能 (超调量  $M_p$  和调节时间  $t_s$ ) 以及稳态误差; (2)若要求系统的单位阶跃相应的超调量  $M_p\% = 16.3$ , 峰值时间  $t_p = 1s$ , 求参数  $K_1$  和  $\tau$  的值, 以及这时系统的跟踪稳态误差。(3)若要求超调量  $M_p = 16.3\%$  和当输入信号以  $1.5$  度/秒均匀变化时跟踪稳态误差  $e_{ss} = 0.1$  度, 系统参数  $K_1$  和  $\tau$  的值应如何调整?



解: 由结构图可得, 系统的开, 闭环传递函数为

$$G_k(s) = \frac{10K_1}{s(s+1+10\tau)} = \frac{\frac{10K_1}{1+10\tau}}{s[\frac{s}{1+10\tau} + 1]}$$

$$\phi(s) = \frac{G_k(s)}{1+G_k(s)} = \frac{10K_1}{s^2 + (1+10\tau)s + 10K_1} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

可见它是 1 个一个 I 型系统, 系统的开环增益为  $K=K_v = \frac{10K_1}{1+10\tau}$

(1) 当  $K_1=0$  和  $\tau=0$  (即局部反馈回路断开) 时 由上式(1)可得这时系统的闭环传递函数为

$$\phi_1(s) = \frac{10}{s^2 + s + 10} = \frac{\omega_{n1}^2}{s^2 + 2\xi_1\omega_{n1}s + \omega_{n1}^2}$$

式中  $\omega_{n1} = \sqrt{10} = 3.16 \text{ rad/s}$   $\xi_1 = 1/(2\omega_{n1}) = 0.16$ 。于是由二阶系统性能指标表达式, 则可求得系统的性能为

$$M_{p1} = e^{-\pi\xi_1/\sqrt{1-\xi_1^2}} \times 100\% = 60.1\%$$

$$t_{s1} = \frac{3}{\omega_{n1}\xi_1} = 6s (\Delta = 0.05)$$

$$e_{ss1} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{10K_1} = 0.1$$

(2) 当  $M_p\% = 16.3$  和  $t_p = 1s$  时 由二阶规范系统的暂态性能指标表达式可得

$$\begin{cases} M_p = e^{-\pi\xi_2/\sqrt{1-\xi_2^2}} = 0.163 \\ t_p = \frac{\pi}{\omega_{n2}\sqrt{1-\xi_2^2}} = 1 \end{cases} \quad \text{从而解得} \quad \begin{cases} \xi_2 = \frac{\ln(1/M_p)}{\sqrt{\pi^2 + [\ln(1/M_p)]^2}} = 0.5 \\ \omega_{n2} = 3.628 \end{cases}$$

而由式(1) 得

$$10K_1 = \omega_{n2}^2 = 13.161 + 10\tau = 2\xi_2\omega_{n2} = 3.628$$

从而可得系统的参数为

$$K_1 = 1.316 \quad \tau = 0.263$$

系统跟踪单位斜坡输入信号的稳态误差为

$$e_{ss2} = 1/K_v = 1/K = (1 + 10\tau)/(10K_1) = 0.28$$

(3) 当  $M_p = 16.3\%$  和  $e_{sr} = 0.1$  度时, 由超调量  $M_p = 16.3\%$  可求得对应的阻尼比为  $\xi_3 = 0.5$ ,

根据题意  $r(t) = 1.5t$ 。于是由式(1)和应用误差系数法可得

$$\begin{aligned} \omega_{n3}^2 &= 10K_1 \\ 2\xi_3\omega_{n3} &= 1 + 10\tau \\ e_{ss3} &= 1.5/K_v = 1.5(1 + 10\tau)/(10K_1) = 0.1 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 1 + 10\tau = \omega_{n3} = \sqrt{10K_1} \\ 1.5(1 + 10\tau) = K_1 \end{cases}$$

联立求解, 则可求得这时参数的值为:  $K_1 = 22.5 \quad \tau = 1.4$

5、已知单位反馈二阶控制系统的开环传递函数为  $G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$

(1) 写出该系统的闭环传递函数, 并确定阻尼比  $\xi$  和无阻尼振荡频率  $\omega_n$ ;

(2) 若要求闭环极点配置在  $s_{1,2} = -5 \pm j5\sqrt{3}$ , 则  $K$ 、 $T$  应取何值?

解: (1) 根据题意, 该系统的闭环传递函数为

$$\begin{aligned} \Phi(s) &= \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{K/T}{s^2 + \frac{1}{T}s + \frac{K}{T}} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \\ \Rightarrow \begin{cases} \omega_n^2 = \frac{K}{T} \\ 2\xi\omega_n = \frac{1}{T} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \omega_n = \sqrt{\frac{K}{T}} \\ \xi = \sqrt{\frac{1}{4KT}} \end{cases} \end{aligned}$$

(2) 若要求闭环极点配置在  $s_{1,2} = -5 \pm j5\sqrt{3}$ , 则相应的特征方程为:

$$(s - s_1)(s - s_2) = (s + 5)^2 + (5\sqrt{3})^2 = s^2 + 10s + 100$$

对照闭环传递函数的特征方程，得

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_n^2 = \frac{K}{T} = 100 \\ 2\xi\omega_n = \frac{1}{T} = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = 0.1 \\ K = 10 \end{cases}$$