

设系统开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{s^2} G_0(s)$$

其中, K 为开环增益; v 为系统型次。由开环幅相曲线知 $v=2$, 对于 $G_0(s)$ 有

$$\lim_{s \rightarrow 0} G_0(s) = 1$$

取幅相曲线与负实轴的交点对应的穿越频率分别为 ω_1, ω_2 和 ω_3 , 且 $\omega_3 > \omega_2 > \omega_1$, 因此有

$$G(j\omega_1) = \frac{-500}{\omega_1^2} G_0(j\omega_1) = -50$$

$$G(j\omega_2) = \frac{-500}{\omega_2^2} G_0(j\omega_2) = -20$$

$$G(j\omega_3) = \frac{-500}{\omega_3^2} G_0(j\omega_3) = -0.05$$

当 K 变化时, 系统穿越频率 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 不变, 仅是幅相曲线与负实轴的交点沿负实轴移动。

假设当 K 分别为 K_1, K_2 和 K_3 时, 幅相曲线与负实轴的交点

$(G(j\omega_1), j0), (G(j\omega_2), j0)$ 和 $(G(j\omega_3), j0)$ 分别位于 $(-1, j0)$ 点。即分别有

$$G(j\omega_1) = \frac{-K_1}{\omega_1^2} G_0(j\omega_1) = -1$$

$$G(j\omega_2) = \frac{-K_2}{\omega_2^2} G_0(j\omega_2) = -1$$

$$G(j\omega_3) = \frac{-K_3}{\omega_3^2} G_0(j\omega_3) = -1$$

由此求得

$$K_1 = \frac{1}{\frac{1}{\omega_1^2} G_0(j\omega_1)} = \frac{1}{\frac{-50}{-500}} = 10$$

$$K_2 = \frac{1}{\frac{1}{\omega_2^2} G_0(j\omega_2)} = \frac{1}{\frac{-20}{-500}} = 25$$

$$K_3 = \frac{1}{\frac{1}{\omega_3^2} G_0(j\omega_3)} = \frac{1}{\frac{-0.05}{-500}} = 10000$$

作 K 变化时开环幅相曲线的四种形式, 如图 2 所示。

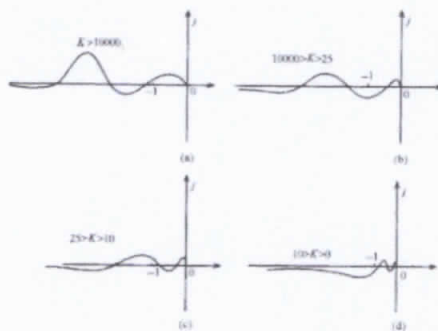


图 2

由于 $v=2$, 故从 $\omega=0^+$ 的对应点起, 逆时针补作半径无穷大的 $v \times \frac{\pi}{2} = \pi$ 圆弧。于是可由此分别确定各幅相曲线包围 $(-1, j0)$ 点的圈数, 并可应用奈氏判据判定系统的闭环稳定性:

- (1) 当 $0 < K < 10$ 时, $N=0, Z=0$, 系统闭环稳定;
- (2) 当 $10 < K < 25$ 时, $N=-1, Z=2$, 系统闭环不稳定;
- (3) 当 $25 < K < 10000$ 时, $N=0, Z=0$, 系统闭环稳定;
- (4) 当 $K > 10000$ 时, $N=-1, Z=2$, 系统闭环不稳定。

综上, 使系统闭环稳定的 K 值范围为

$$0 < K < 10 \quad \text{和} \quad 25 < K < 10000$$